



گزینه ۱

۱

راه حل اول:

$$U_2 - U_1 = q_0 \xrightarrow{U = \frac{q^2}{2 \times \epsilon}} \frac{(1/2 \epsilon q)^2}{2 \times \epsilon} - \frac{q^2}{2 \times \epsilon} = q_0 \Rightarrow (1/2 \epsilon)^2 q^2 - q^2 = q_0 \Rightarrow \frac{25}{16} q^2 - q^2 = q_0 \Rightarrow q = 40 \mu C$$

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow \epsilon = \frac{q_0}{V} \Rightarrow V = 8 V$$

راه حل دوم:

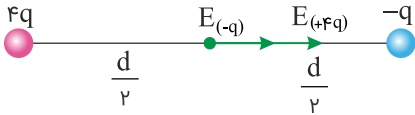
باتوجه به اینکه مشخصات خازن تغییر نکرده است طبق تعریف  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$  ظرفیت خازن ثابت است:

$$C = \frac{q}{V} \xrightarrow{C \text{ ثابت می ماند}} \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_2}{V_2} \xrightarrow{q_2 = 1/2 \epsilon q_1} V_2 = 1/2 \epsilon V_1$$

$$U_2 - U_1 = q_0 \xrightarrow{U = \frac{1}{2} C V^2} q_0 = \frac{1}{2} \times \epsilon ((1/2 \epsilon)^2 - 1) V_1^2$$

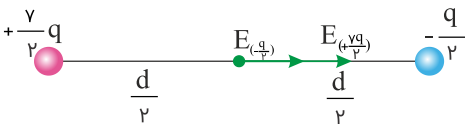
$$\Rightarrow V_1 = 8 V$$

حالت اول:



$$\left. \begin{aligned} E_1 &= E_{(-q)} + E_{(+rq)} \\ E_{(+rq)} &= rE_{(-q)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_1 = \delta E_{(-q)} = \delta k \frac{q}{\left(\frac{d}{r}\right)^2}$$

حالت دوم:



$$\left. \begin{aligned} E_r &= E_{(-\frac{q}{r})} + E_{(+\frac{q}{r})} \\ E_{(+\frac{q}{r})} &= rE_{(-\frac{q}{r})} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_r = \lambda E_{(-\frac{q}{r})} = \lambda k \frac{\frac{q}{r}}{\left(\frac{d}{r}\right)^2} = rk \frac{q}{\left(\frac{d}{r}\right)^2}$$

$$\frac{E_1}{E_r} = \frac{\delta k \frac{q}{\left(\frac{d}{r}\right)^2}}{rk \frac{q}{\left(\frac{d}{r}\right)^2}} = \frac{\delta}{r}$$

تذکر: برای حل این گونه سؤالات رسم شکل کار را ساده‌تر می‌کند.

گام اول: با استفاده از رابطه  $E = k \frac{|q|}{r^2}$ ، بزرگی میدان الکتریکی در فاصله‌های  $30 \text{ cm}$  و  $10 \text{ cm}$  از بار را به دست می‌آوریم و اختلاف آن‌ها را برابر با  $1/6 \times 10^4 \text{ N/C}$  قرار می‌دهیم؛ بنابراین:

$$\begin{aligned} E_r - E_1 &= 1/6 \times 10^4 \\ \Rightarrow \frac{k|q|}{(0/1)^2} - \frac{k|q|}{(0/3)^2} &= 1/6 \times 10^4 \Rightarrow k|q| = 180 \end{aligned}$$

گام دوم: حالا می‌توانیم میدان الکتریکی بار را در فاصله ۱ متری آن به دست بیاوریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} = \frac{180}{1^2} = 180 \text{ N/C}$$

از آنجایی که سرعت بار، ثابت فرض شده است، پس انرژی جنبشی آن ثابت می‌ماند. از طرفی چون بار مثبت در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده است، انرژی پتانسیل بار به اندازه  $\Delta U = q\Delta V = Eqd$  افزایش می‌یابد.

$$C = \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_2}{V_2} \Rightarrow \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_1 + 20}{\frac{3}{2}V_1} \Rightarrow q_1 = 40 \mu C$$

$$q_2 = q_1 + 20 = 60 \mu C$$

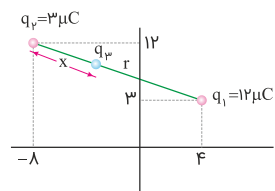
$$U_2 - U_1 = 200$$

$$\frac{1}{2}q_2V_2 - \frac{1}{2}q_1V_1 = 200$$

$$60 \times \frac{3}{2}V_1 - 40 \times V_1 = 400 \Rightarrow V_1 = 8 \text{ ولت}$$

$$C = \frac{q_1}{V_1} = \frac{40}{8} = 5 \mu F$$

چون برآیند نیروهای وارد بر هر سه بار صفر است بنابراین  $q_3$  روی خط واصل  $q_1$  و  $q_2$  قرار می‌گیرد.  $r$  فاصله  $q_1$  و  $q_2$  و  $x$  فاصله  $q_3$  و  $q_2$  است.



$$r = \sqrt{(4 - (-8))^2 + (12 - 3)^2} = 15 \text{ cm}$$

$$\text{برآیند نیروهای وارد بر } q_3 \text{ صفر است: } F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{(r-x)^2} = k \frac{q_2 q_3}{x^2} \Rightarrow \frac{12}{(15-x)^2} = \frac{3}{x^2} \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

$$\text{برآیند نیروهای وارد بر } q_2 \text{ صفر است: } F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{q_3 q_2}{x^2} \Rightarrow \frac{12}{15^2} = \frac{q_3}{5^2}$$

$$q_3 = -\frac{4}{3} \mu C \text{ علامت بار } q_3 \text{ باید منفی باشد تا برآیند نیروهای وارد بر هر سه بار صفر شود.}$$

گام اول: بار اولیه خازن را برحسب میکروکولن  $Q_1$  در نظر می‌گیریم. با انتقال بار  $6 \mu C$  از صفحه منفی به صفحه مثبت بار خازن به  $Q_2 = Q_1 - 6$  می‌رسد.

گام دوم: انرژی خازن در هر دو حالت را برحسب  $Q$  و  $C$  به دست می‌آوریم و اختلاف این دو انرژی را برابر با  $28/5 \mu J$  قرار می‌دهیم؛ بنابراین:

$$\begin{cases} U_1 = \frac{Q_1^2}{2C} = \frac{Q_1^2}{2 \times 12} = \frac{Q_1^2}{24} (\mu J) \\ U_2 = \frac{Q_2^2}{2C} = \frac{(Q_1 - 6)^2}{24} = \frac{(Q_1 - 6)^2}{24} (\mu J) \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_1 - U_2 = 28/5 \Rightarrow \frac{Q_1^2}{24} - \frac{(Q_1 - 6)^2}{24} = 28/5$$

$$\frac{Q_1^2 - (Q_1^2 - 12Q_1 + 36)}{24} = 28/5 \mu J$$

$$\Rightarrow \frac{12Q_1 - 36}{24} = 28/5 \Rightarrow \frac{12(Q_1 - 3)}{24} = 28/5$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1 - 3}{2} = 28/5 \Rightarrow Q_1 = 60 \mu C$$

گام سوم: حالا از رابطه  $C = \frac{Q}{V}$  مقدار  $V_1$  را به دست می‌آوریم:

$$C = \frac{Q_1}{V_1} \Rightarrow 12 = \frac{60}{V_1} \Rightarrow V_1 = 5V$$

توجه کنید: در رابطه  $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، اگر  $Q$  و  $C$  را به ترتیب برحسب  $\mu C$  و  $\mu F$  قرار دهیم،  $U$  برحسب میکروژول به دست می‌آید.

گام اول

الف) انرژی جنبشی بار  $q$  از  $A$  تا  $B$ ،  $8$  میلی ژول افزایش می‌یابد  $\leftarrow \Delta K = +8 \times 10^{-3} J \Rightarrow \Delta U = -8 \times 10^{-3} J$   
 ب)  $V_B - V_A$  چند کیلوولت است؟  $\leftarrow \Delta V = ? kV$

گام دوم

وقتی انرژی جنبشی  $8$  میلی ژول افزایش می‌یابد، انرژی پتانسیل آن  $8$  میلی ژول کاهش می‌یابد، پس می‌توان با استفاده از رابطه اختلاف پتانسیل،  $V_B - V_A$  را محاسبه کرد:

$$\begin{cases} \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \\ q = -4 \times 10^{-6} C \end{cases} \Rightarrow V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-8 \times 10^{-3}}{-4 \times 10^{-6}} = 2000 V = 2 kV$$

گام اول: چون برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_1$  صفر است، نیرویی که از طرف بارهای  $q_2$  و  $q_3$  به آن وارد می‌شود، باید خلاف جهت یکدیگر و باهم هم‌اندازه باشد؛ بنابراین  $q_2$  و  $q_3$  ناهم‌نام‌اند. (رد گزینه‌های ۱ و ۳)

گام دوم: برآیند نیروهای وارد بر  $q_3$  صفر است؛ یعنی نیرویی که دو بار  $q_1$  و  $q_2$  به بار  $q_3$  وارد می‌کنند، هم‌اندازه هستند؛ پس:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{(r+x)^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{x^2}$$

$$\xrightarrow{|q_1| = \frac{9}{5}|q_2|} \frac{\frac{9}{5}|q_2|}{(r+x)^2} = \frac{|q_2|}{x^2} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{\frac{3}{\sqrt{5}}}{r+x} = \frac{1}{x}$$

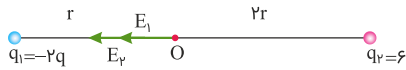
$$\Rightarrow r+x = \frac{3}{\sqrt{5}}x \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{5}}x \Rightarrow \frac{x}{r} = \sqrt{5}$$

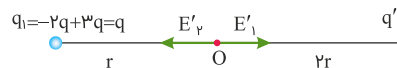
پس مشخص است که گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اما نسبت  $\frac{q_3}{q_2}$  را هم قابل محاسبه است. باتوجه به اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_2$  صفر است داریم:

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = k \frac{|q_3||q_2|}{x^2}$$

$$\xrightarrow{|q_1| = \frac{9}{5}|q_2|} \frac{\frac{9}{5}|q_2|}{(\frac{1}{\sqrt{5}}x)^2} = \frac{|q_3|}{x^2} \Rightarrow 9|q_2| = |q_3| \xrightarrow{\text{ناهمنام‌اند}} q_3 = -9q_2$$



$$E = E_1 + E_2 = K \frac{2q}{r^2} + K \frac{6q}{r^2} = \frac{8}{r^2} Kq$$


$$q_1 = -2q + 3q = q \quad E' = |E'_1 - E'_2| = K \frac{q}{r^2} - K \frac{3q}{r^2} = -\frac{2}{r^2} Kq$$

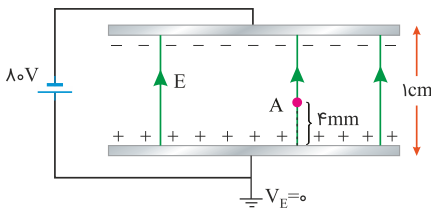
$$\frac{E'}{E} = \frac{-\frac{2}{r^2} Kq}{\frac{8}{r^2} Kq} = -\frac{1}{4}$$

گام اول: از آنجایی که میدان بین صفحه‌ها یکنواخت است، از رابطه  $E = \frac{V}{d}$  اختلاف پتانسیل نقطه A و صفحه (+) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta V_{\text{صفحه}}}{d} = \frac{\Delta V_A}{d} \Rightarrow \frac{\Delta V_A}{d} = \frac{\Delta V_{\text{صفحه}}}{d} \Rightarrow \Delta V_A = \Delta V_{\text{صفحه}}$$

گام دوم: هرچه در جهت میدان حرکت کنیم پتانسیل نقاط کاهش می‌یابد.

از طرفی صفحه مثبت به زمین وصل شده و پتانسیل آن صفر است؛ پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که پتانسیل نقطه A،  $\Delta V_A = -\Delta V_{\text{صفحه}}$  است.



گزینه ۲

۱۲

گام اول: جهت میدان هریک از بارها را در محل دیگری به دست می‌آوریم:

چون  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  هم‌جهت هستند، پس نسبت آن‌ها (+) است؛ بنابراین گزینه‌های ۳ و ۴ نمی‌توانند درست باشند.  
گام دوم:  $q_2 > q_1$  است؛ پس میدان آن نیز بزرگ‌تر است؛ پس گزینه ۲ درست است.

گزینه ۳

۱۳

$$\tan \alpha = \frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{2/5}{6}$$

$$\frac{q_2}{q_1} \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 = \frac{2/5}{6}$$

$$\frac{q_2}{5} \left( \frac{2/5}{6} \right)^2 = \frac{2/5}{6} \Rightarrow q_2 = 12 \mu C$$

گزینه ۲

۱۴

$$\frac{E_1}{E_2} = \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2$$

$$\frac{1/125 \times 10^9}{18 \times 10^9} = \left( \frac{5}{r_1} \right)^2 \Rightarrow r_1^2 = \frac{18 \times 25}{1/125} \Rightarrow r_1 = 20 \text{ cm}$$

$$E_1 = K \frac{q_1}{r_1^2}$$

$$18 \times 10^9 = 9 \times 10^9 \frac{q_1}{(5 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow q_1 = 50 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q_1 = 50 \mu C$$

گزینه ۱

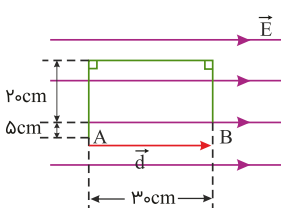
۱۵

گام اول: اندازه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی E از رابطه  $|\Delta U| = E|q|d$  به دست می‌آید که در این رابطه، d اندازه جابه‌جایی ذره در راستای میدان است؛ بنابراین اندازه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار برابر است با:

$$|\vec{d}| = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

$$|\Delta U| = E|q|d = 10^5 \times 5 \times 10^{-6} \times 0.3 = 0.15 \text{ J}$$

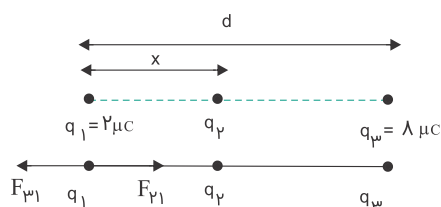
گام دوم: با جابه‌جایی بار منفی در جهت میدان، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد؛ بنابراین  $\Delta U = +0.15 \text{ J}$  است.  
توجه کنید: سایر فاصله‌های داده‌شده روی شکل اضافه است و نیازی به هیچ‌کدام از آن‌ها نیست.



$$\left\{ \begin{array}{l} |F_{۱۲}| = |F_{۳۲}| \\ |F_{۲۱}| = |F_{۳۱}| \\ |F_{۱۳}| = |F_{۲۳}| \end{array} \right. \leftarrow \text{الف) برآیند نیروهای الکترواستاتیکی وارد بر هریک از بارها صفر است.}$$

ب) بار  $q_۲$  چند میکروکولن است؟  $q_۲ = ? \mu C$

باتوجه به اینکه برآیند نیروهای وارد بر هریک از بارها صفر است کافی است، برآیند نیروها را برای بارهای  $q_۱$  و  $q_۲$  محاسبه کنیم.



برآیند نیروهای وارد بر  $q_۱$ :

بارهای  $q_۱$  و  $q_۳$  هر دو مثبت هستند،  $F_{۳۱}$  نیروی وارد بر بار  $q_۱$  از طرف بار  $q_۳$  از نوع دافعه و به سمت چپ است؛ بنابراین نیروی  $F_{۲۱}$  وارد بر بار  $q_۱$  از طرف بار  $q_۲$  باید به سمت راست باشد یعنی از نوع جاذبه باشد تا برآیند نیروهای وارد بر  $q_۱$ ، صفر شود؛ بنابراین بار  $q_۲$  منفی است.

$$F_{۲۱} = F_{۳۱} \xrightarrow{F = k \frac{|q||q'|}{r^۲}} k \frac{|q_۲||q_۱|}{x^۲} = k \frac{|q_۳||q_۱|}{d^۲} \Rightarrow \frac{|q_۲|}{x^۲} = \frac{\lambda}{d^۲} \Rightarrow \frac{d^۲}{x^۲} = \frac{\lambda}{|q_۲|} \quad (۱)$$

برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_۲$ :

$$F_{۱۲} = F_{۳۲} \Rightarrow k \frac{|q_۱||q_۲|}{x^۲} = k \frac{|q_۳||q_۲|}{(d-x)^۲} \Rightarrow \frac{۲}{x^۲} = -\frac{\lambda}{(d-x)^۲} \Rightarrow \left( \frac{d-x}{x} \right)^۲ = ۴ \Rightarrow d-x = ۲x \Rightarrow ۳x = d \quad (۲)$$

باتوجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^۲}{x^۲} = \frac{\lambda}{|q_۲|} \Rightarrow \frac{(۳x)^۲}{x^۲} = \frac{\lambda}{|q_۲|} \Rightarrow ۹ = \frac{\lambda}{|q_۲|} \Rightarrow |q_۲| = \frac{\lambda}{۹} \mu C \xrightarrow{\text{بار } q_۲ \text{ منفی است}} q_۲ = -\frac{\lambda}{۹} \mu C \\ ۳x = d \end{array} \right.$$

$$\frac{q}{A} = \frac{q'}{A'} \Rightarrow \frac{q}{۴\pi r^۲} = \frac{q'}{۱}$$

$$\frac{۱۵۷ \times ۱۰^۳}{۴ \times ۳/۱۴ \times ۵^۲} = q' \Rightarrow q' = ۵۰۰ \text{ P C}$$

اگر ساختمان خازنی که به باتری متصل است را دست کاری کنیم، اختلاف پتانسیل آن ثابت می ماند؛ پس (ب) نمی تواند درست باشد؛ بنابراین گزینه ۱ و ۳ نادرست هستند.

از رابطه  $E = \frac{V}{d}$  داریم:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2}$$

پس جمله (الف) درست است. باتوجه به رد گزینه های ۱ و ۳ می فهمیم که گزینه درست گزینه ۲ است.

جمله های (پ) و (ت) را هم بررسی می کنیم:

(پ) از رابطه  $C = k\epsilon_0 \frac{A}{d}$  داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(ت) از رابطه  $Q = CV$  داریم:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

$$C = 2 \times 10^{-6} F$$

$$V_2 = V_1 + 1$$

$$U_2 - U_1 = 5 \times 10^{-6} J$$

$$\frac{1}{2} C V_2^2 - \frac{1}{2} C V_1^2 = 5 \times 10^{-6}$$

$$\frac{1}{2} C ((V_1 + 1)^2 - V_1^2) = 5 \times 10^{-6}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} (V_1^2 + 1 + 2V_1 - V_1^2) = 5 \times 10^{-6}$$

$$V_1 = 2V$$

اگر بارهای الکتریکی برحسب  $\mu C$  و فاصله برحسب cm باشد، می توانیم  $K = 90$  بگیریم:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} 0/9 = 90 \frac{q_1 q_2}{3600} \rightarrow q_1 q_2 = 36 \\ 1/6 = 90 \frac{q'_1 q'_2}{3600} \rightarrow q'_1 q'_2 = 64 \end{cases}$$

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 - q_2}{2}$$

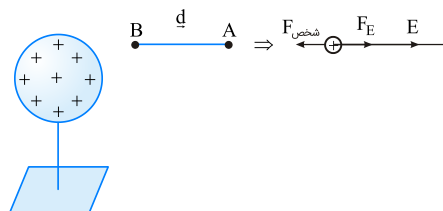
$$\frac{(q_1 - q_2)^2}{4} = 64 \rightarrow q_1 - q_2 = 16$$

$$\left. \begin{aligned} q_1 q_2 &= 36 \\ q_1 - q_2 &= 16 \end{aligned} \right\} \Rightarrow q_1 = 2 \mu C$$



ذره و کره هر دو دارای بار مثبت هستند؛ بنابراین نیروی الکتریکی بین آنها دافعه است. به این ترتیب و مطابق شکل زیر نیرویی که کره بر ذره وارد می‌کند در جهت حرکت ذره است. پس کار این نیرو، مثبت است:  $W' > 0$ . از آنجاکه ذره با سرعت ثابت در حرکت است، لذا نیروی شخص باید در خلاف جهت نیروی وارد از طرف کره باشد؛ و این یعنی نیروی شخص در خلاف جهت حرکت ذره خواهد بود، پس:  $W < 0$ . با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد؛ پس:

$$\begin{cases} \Delta V = V_A - V_B \\ V_A < V_B \end{cases} \Rightarrow \Delta V < 0$$



بنابراین گزینه "۲" صحیح است:

$$\Delta V < 0, \quad W' > 0, \quad W < 0$$

## گام اول

الف) دو بار در فاصله  $r$  از هم واقع شده‌اند، میدان الکتریکی ناشی از دو بار در فاصله  $d_1$  از بار  $q_1$  برابر صفر است  $\leftarrow \vec{E}_{1d_1} = \vec{E}_{2(r-d_1)}$   
 ب) اگر فاصله دو بار از هم  $2r$  برابر شود  $\leftarrow r'' = 2r$

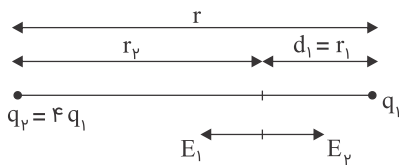
ج) میدان الکتریکی برآیند در فاصله  $d_2$  از بار  $q_2$  برابر صفر می‌شود  $\leftarrow \vec{E}_{2(d_2)} = \vec{E}_{1(r_2-d_2)}$   
 د)  $d_2$  چندبرابر  $d_1$  است  $\leftarrow \frac{d_2}{d_1} = ?$

## گام دوم

با بررسی دو حالت  $d_1$  و  $d_2$  را محاسبه می‌کنیم:

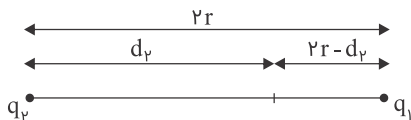
حالت اول) در فاصله  $r$ :

چون بارها هم‌نام هستند، نقطه موردنظر (جایی که  $E_T$  صفر می‌شود)، در میان دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر است.



$$\begin{cases} \vec{E}_{1d_1} = \vec{E}_{2(r-d_1)} \\ q_2 = 4q_1 \\ r_1 = d_1 \\ r_2 = r - d_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{q_1}{d_1^2} = \frac{(4q_1)}{(r - d_1)^2} \Rightarrow \frac{1}{d_1^2} = \frac{4}{(r - d_1)^2} \Rightarrow d_1 = \frac{1}{3}r$$

حالت دوم) در فاصله  $2r$ :



$$\begin{cases} \vec{E}_{2(d_2)} = \vec{E}_{1(2r-d_2)} \\ r_1 = 2r - d_2 \\ r_2 = d_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{q}{(2r - d_2)^2} = \frac{(4q)}{d_2^2} \Rightarrow \frac{1}{(2r - d_2)^2} = \frac{4}{d_2^2} \Rightarrow d_2 = \frac{4}{3}r$$

بنابراین نسبت  $\frac{d_2}{d_1}$  برابر است با:

$$\begin{cases} d_2 = \frac{4}{3}r \\ d_1 = \frac{1}{3}r \end{cases} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{\frac{4}{3}r}{\frac{1}{3}r} = 4$$

$$q_2 = q_1 + 3 \text{ mC}$$

$$U_2 = U_1 + 900 \text{ mJ} \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{15} - \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{15} = 900 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{q_2^2 - q_1^2}{30} = 9 \Rightarrow (q_1 + 3)^2 - q_1^2 = 27$$

$$\Rightarrow q_1^2 + 9 + 6q_1 - q_1^2 = 27 \Rightarrow 6q_1 = 18 \Rightarrow q_1 = 3 \text{ mC}$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C} = \frac{9 \times 10^{-6}}{2 \times 15 \times 10^{-6}} = \frac{3}{10} \text{ J} \times 10^3 = 300 \text{ mJ}$$

## گام اول

الف) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دونقطه مقدار ثابت  $\Delta V = 400V - 400V$

ب) با صرف  $0.02J$  انرژی  $\Delta U = 0.02J$

ج) چند کولن الکتریسیته را می توان از یکی از آن نقاط به دیگری منتقل کرد؟  $q = ?C$

## گام دوم

کافی است از رابطه پتانسیل الکتریکی استفاده کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow 400 = \frac{0.02}{q} \Rightarrow q = 5 \times 10^{-5} C$$

## گام اول

الف) بارهای الکتریکی نقطه‌ای  $4\mu C$  و  $-8\mu C$  روی محور  $x$  به ترتیب در  $x = 6\text{ cm}$  و  $x = 12\text{ cm}$  قرار دارند  $\left\{ \begin{array}{l} q_1 = 4\mu C, r_1 = 6\text{ cm} \\ q_2 = -8\mu C, r_2 = 12\text{ cm} \end{array} \right.$

ب) بار نقطه‌ای چند میکروکولن را باید در  $x = 18\text{ cm}$  قرار داد تا میدان الکتریکی در مبدأ برابر صفر شود  $\left\{ \begin{array}{l} r_3 = 18\text{ cm}, q_3 = ?\mu C \\ \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0 \end{array} \right.$

## گام دوم

میدان دو بار  $q_1 = 4\mu C$  و  $q_2 = -8\mu C$  را در مبدأ حساب می کنیم:

$$|\vec{E}_1| = \left| \frac{kq_1}{r_1^2} \right| = \left| \frac{k \times 4 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-4}} \right| = \frac{k}{9 \times 10^2} N/C \quad (I)$$

$$|\vec{E}_2| = \left| \frac{kq_2}{r_2^2} \right| = \left| \frac{k \times 8 \times 10^{-6}}{144 \times 10^{-4}} \right| = \frac{k}{18 \times 10^2} N/C \quad (II)$$

از آنجایی که  $|E_1| > |E_2|$ ، پس بار سوم باید منفی باشد و طبق رابطه  $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0$  داریم:

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| + |\vec{E}_3| \xrightarrow{(I), (II)} \frac{k}{9 \times 10^2} = \frac{k}{18 \times 10^2} + |\vec{E}_3| \Rightarrow |\vec{E}_3| = \frac{k}{18 \times 10^2}$$

پس سومین بار الکتریکی برابر است با:

$$\left\{ \begin{array}{l} |\vec{E}_3| = \left| \frac{kq_3}{r_3^2} \right| \\ |\vec{E}_3| = \frac{k}{18 \times 10^2} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{k}{18 \times 10^2} = \left| \frac{kq_3}{r_3^2} \right| \Rightarrow |q_3| = \frac{r_3^2}{18 \times 10^2}$$

$$\Rightarrow |q_3| = \frac{(18 \times 10^{-2})^2}{18 \times 10^2} = 18 \times 10^{-6} C \Rightarrow q_3 = -18 \mu C$$

گام اول

الف) بار الکتریکی نقطه‌ای  $q = ۲۰\mu\text{C} \leftarrow ۲۰\mu\text{C}$ ب) در فاصله یک متری  $r = ۱\text{m} \leftarrow$ ج) میدان الکتریکی چند نیوتون بر کولن است؟  $E = ?\text{N/C} \leftarrow$ 

گام دوم

کافی است رابطه میدان الکتریکی برای بار نقطه‌ای را بنویسیم:

$$\begin{cases} E = k \frac{q}{r^2} \\ K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \end{cases} \Rightarrow E = \frac{9 \times 10^9 \times 20 \times 10^{-6}}{1} = 1/8 \times 10^5 \text{ N/C}$$

گام اول

الف) دو بار الکتریکی همنام  $q_1 = ۸\mu\text{C}$  و  $q_2$  در فاصله  $r$ ، نیروی  $F$  بر هم وارد می‌کنند  $\leftarrow F = \frac{k \times ۸ \times 10^{-6} \times q_2}{r^2}$

ب) اگر ۲۵ درصد از بار  $q_1$  برداشته و به  $q_2$  اضافه کنیم

$$\begin{cases} q'_1 = q_1 - \frac{1}{4}q_1 = \frac{3}{4}q_1 = \frac{3}{4} \times ۸ = ۶\mu\text{C} \\ q'_2 = q_2 + \frac{1}{4}q_1 = q_2 + ۲\mu\text{C} \end{cases}$$

ج) بدون تغییر فاصله بارها  $r = r' \leftarrow$ د) نیروی متقابل بین آن‌ها ۵۰ درصد افزایش می‌یابد  $\leftarrow F' = \frac{۱۵۰}{۱۰۰}F$ ه) مقدار اولیه  $q_2$  چند میکروکولن است؟  $q_2 = ?\mu\text{C} \leftarrow$ 

گام دوم

با استفاده از قانون کولن و نسبت  $F$  و  $F'$  داریم:

$$\begin{aligned} F' &= \frac{۱۵۰}{۱۰۰}F \Rightarrow k \frac{q'_1 q'_2}{r'^2} = \frac{۱۵۰}{۱۰۰}k \frac{q_1 q_2}{r^2} \\ \Rightarrow ۶ \times (q_2 + ۲) &= \frac{۱۵}{۱۰} \times ۸ \times q_2 \Rightarrow q_2 + ۲ = ۲q_2 \Rightarrow q_2 = ۲\mu\text{C} \end{aligned}$$

گام اول

الف) اختلاف پتانسیل دو سر آن  $\frac{80}{100}$  کاهش می‌یابد  $\leftarrow V_2 = \frac{20}{100} V_1$   
 ب) انرژی این خازن چند درصد کاهش می‌یابد؟  $\leftarrow \frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = ?$

گام دوم

باتوجه به رابطه انرژی ذخیره‌شده برحسب ولتاژ و ظرفیت خازن داریم:

$$\begin{cases} \frac{\Delta U}{U_1} = \frac{U_2 - U_1}{U_1} \\ U = \frac{1}{2} C V^2 \\ V_2 = \frac{2}{10} V_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} = \frac{\frac{1}{2} C V_2^2 - \frac{1}{2} C V_1^2}{\frac{1}{2} C V_1^2} = \frac{\frac{4}{100} \times V_1^2 - V_1^2}{V_1^2} = -\frac{96}{100} \Rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = (-96) \%$$

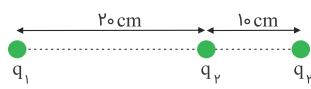
بنابراین ۹۶ درصد کاهش می‌یابد.

گام اول

برآیند نیروهای وارد بر هریک از بارهای نقطه ای برابر صفر است  $\leftarrow |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{31}| = |\vec{F}_{23}| = |\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{32}|$

گام دوم

به کمک قانون کولن داریم:



$$\begin{cases} |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{31}| \\ |r_{21}| = 20 \text{ cm} \\ |r_{31}| = 30 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \frac{k |q_1| |q_2|}{|r_{21}|^2} = \frac{k |q_1| |q_3|}{|r_{31}|^2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{|q_2|} = \frac{|r_{31}|^2}{|r_{21}|^2} = \frac{900}{400} = \frac{9}{4}$$

ازطرفی برای اینکه مجموع نیروهای وارد بر بار  $q_1$  صفر باشد، باید بارهای  $q_2$  و  $q_3$  ناهمنام باشند ( $q_3 = -q_2$ )، بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{q_3}{q_2} = -\frac{9}{4}$$

با توجه به اینکه پتانسیل نقطه ابتدا و انتهای مسیر مشخص است، به راحتی  $\Delta V$  مسیر را به دست می آوریم و سپس با استفاده از رابطه اختلاف پتانسیل، انرژی پتانسیل بار الکتریکی را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} \Delta V = V_2 - V_1 \\ V_1 = -40V \\ V_2 = -10V \end{cases} \Rightarrow \Delta V = -10 - (-40) = 30V$$

$$\begin{cases} \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \\ q = -2\mu C = -2 \times 10^{-6}C \end{cases} \Rightarrow 30 = \frac{\Delta U}{(-2) \times 10^{-6}} \rightarrow \Delta U = -6 \times 10^{-5}J$$

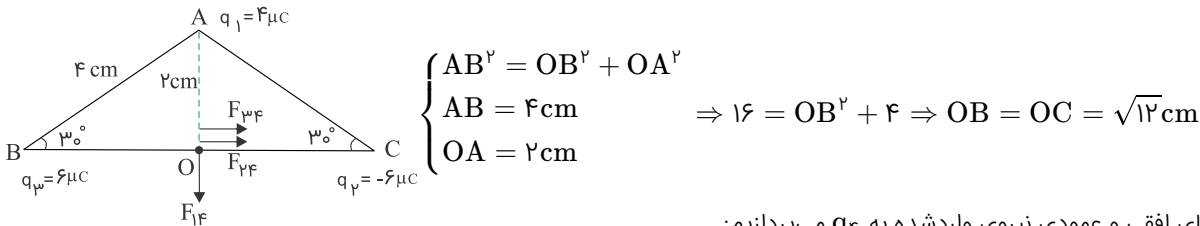
علامت منفی نشان دهنده کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی بار در این جابجایی است.

گام اول

الف) نقطه O در وسط خط واصل دو بار  $BO = OC \leftarrow$   
 ب) نیروی وارد بر بار  $q_4 = 1\mu C$  چند نیوتن است؟  $\leftarrow ?N$   
 $\vec{F} = \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34}$

گام دوم

ابتدا فواصل OA و OB را به دست می آوریم. ضلع روبه رو به زاویه  $30^\circ$  نصف وتر است بنابراین در مثلث AOB،  $AO = 2cm$  است. طبق رابطه فیثاغورث خواهیم داشت:



حال به محاسبه مؤلفه های افقی و عمودی نیروی وارد شده به  $q_4$  می پردازیم:  
 مؤلفه افقی بردار برآیند نیروی وارد شده به  $q_4$  برابر است با:

$$\vec{F}_x = |\vec{F}_{34}| + |\vec{F}_{24}| = \left| k \frac{q_3 q_4}{(OB)^2} \right| + \left| k \frac{q_2 q_4}{(OC)^2} \right| = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{12 \times 10^{-4}} + 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{12 \times 10^{-4}} = 90N$$

مؤلفه عمودی بردار برآیند نیروی وارد شده به  $q_4$  برابر است با:

$$|\vec{F}_y| = k \frac{|q_1| |q_4|}{(OA)^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-4}} = 9 \times 10 = 90N$$

بنابراین نیروی کل وارد شده به  $q_1$  برابر است با:

$$\vec{F} = \sqrt{\vec{F}_x^2 + \vec{F}_y^2} = \sqrt{2 \times (90)^2} = 90\sqrt{2}N$$

## گام اول

الف) در فاصله ۳ متری هم قرار دارند.  $r = 3m$   
 ب) نیروی دافعه  $0.02N$  به یکدیگر وارد می‌کنند.  $F = 0.02N$   
 ج)  $q_1 = ? \mu C$  چند میکروکولن است؟

## گام دوم

کافی است از قانون کولن استفاده کنیم:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow 0.02 = \frac{9 \times 10^9 \times q_1 \times 5q_1}{9} \Rightarrow q_1^2 = \frac{4}{10^{12}} \Rightarrow q_1 = 2 \times 10^{-6} = 2 \mu C$$

میدان حاصل از بارهای  $q_1$  و  $q_2$  که در هر صورت در نقطه O صفر است و تنها باید بارهای  $q_3$  و  $q_4$  را بررسی نماییم.  
 اگر دو ذره با بارهای ناهمنام داشته باشیم، برآیند حاصل از آنها در نقطه‌ای خارج از دو بار روی امتداد خط واصل آنها و نزدیک بار کوچک‌تر و در فاصله x از آن می‌تواند صفر باشد که x از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\frac{q_3}{x^2} = \frac{q_4}{(d+x)^2}$$

که d فاصله دو ذره  $q_3$  و  $q_4$  است و  $x = 6 \text{ cm}$  می‌باشد..

$$\frac{3}{6^2} = \frac{18}{(d+6)^2} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{3}{d+6} \Rightarrow 18 = d+6 \Rightarrow d = 12 \text{ cm}$$

درحالی‌که در شکل فاصله  $q_3$  از  $q_4$  برابر  $8 \text{ cm}$  است؛ پس باید بار  $q_4$  را به اندازه ۴ سانتی‌متر به سمت راست منتقل نماییم.

## گام اول

الف) میدان الکتریکی در فاصله ۲۰ سانتی‌متری از بار q برابر  $18N/C$  است.  $E_1 = 18N/C$ ,  $r_1 = 20 \text{ cm}$   
 ب) چند سانتی‌متر دیگر از بار فوق دور شویم تا میدان الکتریکی برابر  $8N/C$  شود؟  $E_2 = 8N/C$ ,  $r_2 - r_1 = ? \text{ cm}$

## گام دوم

کافی است نسبت  $\frac{E_2}{E_1}$  را به دست آوریم تا از این طریق،  $r_2 - r_1$  را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} E_1 = \frac{kq}{r_1^2} \\ E_2 = \frac{kq}{r_2^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{kq}{r_2^2}}{\frac{kq}{r_1^2}} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{8}{18} = \left(\frac{20}{r_2}\right)^2 \Rightarrow r_2 = 30 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow r_2 - r_1 = 30 - 20 = 10 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} U_A = 0.4 \text{ mJ} \\ U_B = 0.6 \text{ mJ} \end{cases} \leftarrow \text{به ترتیب } 0.4 \text{ mJ و } 0.6 \text{ mJ است}$$

ب) پتانسیل نقطه A برابر  $20 \text{ V}$  باشد  $V_A = 20 \text{ V} \leftarrow$

ج) پتانسیل نقطه B چند ولت است؟  $V_B = ? \text{ V} \leftarrow$

ابتدا تغییرات انرژی درونی را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U = U_B - U_A = 0.6 - 0.4 = 0.2 \text{ mJ} = 2 \times 10^{-4} \text{ J}$$

سپس با استفاده از رابطه  $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ ، پتانسیل نقطه B را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \\ q = -2 \times 10^{-6} \text{ C} \end{cases} \Rightarrow V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - 20 = \frac{2 \times 10^{-4}}{-2 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_B = -80 \text{ V}$$

الف) خازنی به منبع برق  $200 \text{ V}$  ولت وصل است  $V = 200 \text{ V} \leftarrow$

ب) اگر انرژی ذخیره‌شده در آن  $1/8 \text{ J}$  باشد  $U = 1/8 \text{ J} \leftarrow$

ج) ظرفیت خازن چند میکرو فاراد است؟  $C = ? \mu\text{F} \leftarrow$

به کمک رابطه انرژی ذخیره‌شده برحسب ولتاژ و ظرفیت خازن داریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow 1/8 = \frac{1}{2} C \times (200)^2 \Rightarrow C = 0.9 \times 10^{-6} \text{ F} \Rightarrow C = 90 \mu\text{F}$$

الف) ظرفیت خازنی  $C = 22 \mu\text{F} + 22 \mu\text{F}$

ب) اگر بار الکتریکی آن  $20\%$  درصد افزایش یابد.  $q_2 = q_1 + \frac{20}{100} q_1 = \frac{6}{5} q_1 \leftarrow$

ج) انرژی آن  $16 \text{ mJ}$  میکرو ژول افزایش می‌یابد.  $\Delta U = U_2 - U_1 = 16 \mu\text{J} \leftarrow$

د) بار اولیه آن چند میکروکولن است؟  $q_1 = ? \mu\text{C} \leftarrow$

با توجه به رابطه انرژی خازن برحسب بار ذخیره‌شده و تغییرات آن خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \Delta U = U_2 - U_1 = 16 \mu\text{J} \\ U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \end{cases} \Rightarrow 16 = \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C} - \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C} \Rightarrow 16 = \frac{1}{2C} \left( \left( \frac{6}{5} q_1 \right)^2 - q_1^2 \right) \Rightarrow q_1 = \sqrt{\frac{16 \times 2 \times 22}{\frac{11}{25}}} = 40 \mu\text{C}$$



گام اول

الف) انرژی ذخیره شده در خازنی  $U = 10^{-6} \text{ kW} \cdot \text{h} = 10^{-6} \times 1000 \times 3600 = 3/6 \text{ J} \leftarrow 10^{-6} \text{ kW} \cdot \text{h}$

ب) اختلاف پتانسیل  $V = 1 \text{ kV} = 1000 \text{ V} \leftarrow 1 \text{ kV}$

ج) ظرفیت خازن چند میکرو فاراد است؟  $C = ? \mu\text{F}$

گام دوم

کافی است از رابطه انرژی ذخیره شده در خازن بر حسب اختلاف پتانسیل و ظرفیت خازن استفاده کنیم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow 3/6 = \frac{1}{2} \times C \times (1000)^2 \Rightarrow C = 7/2 \times 10^{-6} \text{ F} = 7/2 \mu\text{F}$$

گام اول

الف) دو بار الکتریکی  $+Q_2, -Q_1$  در فاصله یک متری از هم قرار دارند  $r_1 + r_2 = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$

ب) در نقطه ای بین دو بار و به فاصله ۴۰ سانتی متر از بار  $-Q_1$ ، میدان الکتریکی حاصل از دو بار برابر باشند  $E_1 = E_2$ ،  $r_1 = 40 \text{ cm}$

ج) نسبت اندازه دو بار الکتریکی؟  $\frac{|Q_2|}{|Q_1|} = ?$

گام دوم

برای درک بهتر سؤال میدان الکتریکی حاصل از بارها را روی شکل رسم می کنیم. با توجه به یکسان بودن میدان الکتریکی حاصل از دو بار در نقطه مورد نظر داریم:

$$\begin{cases} E = k \frac{q}{r^2} \\ E_1 = E_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{k|-Q_1|}{r_1^2} = \frac{k|Q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \left| \frac{Q_2}{Q_1} \right| = \frac{(r_2)^2}{(r_1)^2} = \frac{(60)^2}{(40)^2} = \frac{9}{4} = 2/25$$

## گام اول

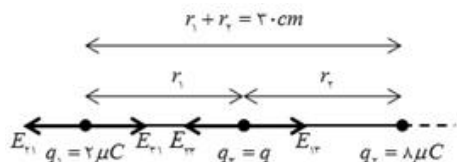
الف) دو بار در فاصله ۳۰ سانتی‌متری از هم قرار دارند  $r_1 + r_2 = 30 \text{ cm}$

ب) بار الکتریکی  $q$  را در نقطه‌ای قرار داده‌ایم تا هر سه بار الکتریکی به حالت تعادل درآمده‌اند  $\leftarrow$  از آنجایی که بارهای  $q_1$  و  $q_2$  همنام هستند، نقطه تعادل (جایی که میدان الکتریکی برآیند صفر است) بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار دارد.

ج) بار الکتریکی  $q$  چند میکروکولن است؟  $q = ? \mu C$

## گام دوم

ابتدا از صفر بودن میدان الکتریکی برآیند در محل بار  $q$  استفاده می‌کنیم تا  $r_1$  را به دست آوریم:



$$\begin{cases} E = k \frac{q}{r^2} \\ E_{13} = E_{23} \\ r_2 = 30 - r_1 \end{cases} \Rightarrow k \frac{q_1}{r_1^2} = k \frac{q_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2}{(r_1)^2} = \frac{4}{(30 - r_1)^2} \Rightarrow r_1 = 10 \text{ cm}$$

برآیند میدان الکتریکی در محل بار  $q_1$  نیز برابر صفر است (با توجه به اینکه جهت  $E_{31}$  باید در خلاف جهت  $E_{21}$  باشد تا بار  $q_1$  در تعادل باشد، بنابراین علامت بار  $q$  نیز منفی است)، بنابراین:

$$\begin{cases} E = k \frac{q}{r^2} \\ E_{21} = E_{31} \end{cases} \Rightarrow \frac{k \times 4}{(30)^2} = \frac{k \times q}{(10)^2} \Rightarrow q = -\frac{4}{9} \mu C$$

پس:

$$q = -\frac{4}{9} \mu C$$

## گام اول

الف) خازن مسطحی را پس از پر شدن، از باتری جدا می‌کنیم ←  $q$  ثابت می‌ماند.  
 ب) اگر بدون اتصال صفحات آن، دو صفحه را از هم دور کنیم ←  $d$  (فاصله بین صفحات) افزایش می‌یابد.  
 ج) ظرفیت و اختلاف پتانسیل بین دو صفحه به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟ ←  $V = ?$  ,  $C = ?$

## گام دوم

با توجه به معادله ظرفیت خازن، با افزایش  $d$  خواهیم داشت: (دقت شود مقادیر  $A$  ,  $\epsilon_0$  ,  $k$  ثابت‌اند)

$$\left\{ \begin{array}{l} C = k\epsilon_0 \frac{A}{d} \\ d \uparrow \end{array} \right. \Rightarrow C \downarrow$$

با توجه به اینکه  $q$  ثابت است و  $C$  کاهش می‌یابد، بنابراین  $V$  افزایش خواهد یافت.

$$\left\{ \begin{array}{l} q = CV \\ C \downarrow \\ q \end{array} \right. \Rightarrow V \uparrow$$

از آنجایی که خازن به مولد وصل است، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن ثابت می‌ماند. ابتدا تغییرات ظرفیت خازن و سپس تغییرات بار را محاسبه می‌کنیم:

با قرار دادن تیغه شیشه‌ای بین صفحات خازن مقدار  $k$  افزایش می‌یابد، بنابراین: (دقت شود مقادیر  $d$  ,  $A$  ,  $\epsilon_0$  ثابت‌اند)

$$\left\{ \begin{array}{l} C = k\epsilon_0 \frac{A}{d} \\ k \uparrow \end{array} \right. \Rightarrow C \uparrow$$

حال با توجه به رابطه  $q = CV$  و ثابت ماندن  $V$  و افزایش  $C$ ، می‌توان فهمید مقدار  $q$  روی صفحات خازن افزایش می‌یابد.

$$\left\{ \begin{array}{l} q = CV \\ V \text{ ثابت} \\ C \uparrow \end{array} \right. \Rightarrow q \uparrow$$

## گام اول

الف) نصف یکی از بارها را برداریم و به دیگری اضافه کنیم  $\leftarrow q'_1 = q_1 - \frac{q_1}{2}$  و  $q'_2 = q_2 + \frac{q_1}{2}$

ب) دو بار را به فاصله  $\frac{r}{2}$  از هم قرار می دهیم  $\leftarrow r' = \frac{r}{2}$

ج) اندازه نیرویی که دو بار به یکدیگر وارد می کنند، در مقایسه با حالت قبل چند برابر می شود؟  $\leftarrow \frac{F_2}{F_1} = ?$

## گام دوم

نیرویی را که دو بار به هم وارد می کنند، در هر دو حالت به دست می آوریم:  
در حالت اول:

$$\begin{cases} F_1 = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \\ q_1 = 2\mu C \\ q_2 = -2\mu C \end{cases} \Rightarrow F_1 = \frac{k \times 2 \times (-2)}{r^2} = -\frac{4k}{r^2}$$

در حالت دوم:

$$\begin{cases} F_2 = k \frac{q'_1 q'_2}{(r')^2} \\ q'_1 = q_1 - \frac{q_1}{2} = 2 - 1 = 1\mu C \\ q'_2 = q_2 + \frac{q_1}{2} = -2 + 1 = -1\mu C \end{cases} \Rightarrow F_2 = \frac{k q'_1 q'_2}{(r')^2} = \frac{k \times 1 \times (-1)}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = -\frac{4k}{r^2}$$

درنتیجه نسبت  $\frac{F_2}{F_1}$  برابر است با:

$$\frac{F_2}{F_1} = 1$$

## گام اول

الف) دو کره را در یک لحظه با یکدیگر تماس دهیم ← پس از تماس دو کره مشابه به یکدیگر، بار موجود در هر کره باهم برابر و برابر نصف کل بار مجموع می شود.

ب) نیروی دافعه بین دو کره چگونه تغییر می کند؟ ←  $\frac{F_2 - F_1}{F_1} \times 100 = ?$

## گام دوم

کافی است نیروی بین دو کره را در دو حالت قبل از تماس دو کره و بعد از تماس دو کره محاسبه کنیم و سپس تغییرات آن را به دست آوریم:

$$\begin{cases} F_1 = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \\ q_1 = 5 \mu C \\ q_2 = 15 \mu C \end{cases} \Rightarrow F_1 = \frac{k \times 5 \times 15}{r^2} = \frac{75k}{r^2}$$

در حالت دوم: پس از تماس دو کره، بار هر کره برابر با نصف مجموع کل بارها است.

$$\begin{cases} F_2 = k \frac{q'_1 q'_2}{r^2} \\ q'_1 = q'_2 = \frac{5 + 15}{2} = 10 \mu C \end{cases} \Rightarrow F_2 = \frac{k \times 10 \times 10}{r^2} = \frac{100k}{r^2}$$

در نتیجه درصد تغییرات نیرو برابر است با:

$$\frac{F_2 - F_1}{F_1} \times 100 = \frac{\frac{100k}{r^2} - \frac{75k}{r^2}}{\frac{75k}{r^2}} \times 100 = \frac{1}{3} \times 100 = +33\%$$

## گام اول

چند درصد از بار  $q_2$  را به  $q_1$  منتقل کنیم تا در همان فاصله، نیروی دافعه بین بارهای الکتریکی بیشینه شود؟ ← هرگاه مجموع دو کمیت ثابت باشد، حاصل ضرب آن‌ها زمانی بیشینه خواهد بود که دو مقدار باهم برابر باشند.

## گام دوم

مقدار ثابت  $(q_1 + q_2)$  حالت اول  $= q_1 + 2q_1 = 3q_1$

بنابراین در حالت دوم، بارها باهم برابر هستند و مقدارشان  $q'_1 = q'_2 = \frac{3q_1}{2}$  است. در نتیجه درصد تغییرات بار  $q_2$  برابر است با:

$$\frac{\Delta q_2}{q_2} \times 100 = \frac{q'_2 - q_2}{q_2} \times 100 = \frac{\frac{3q_1}{2} - 2q_1}{2q_1} \times 100 = -25\%$$

برای حل این سؤال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

فرض می‌کنیم که میدان ناشی از بار  $q_1$  را با  $E_1$  و میدان ناشی از بار  $q_2$  را با  $E_2$  نمایش دهیم.

گزینه "۱": اگر  $q_1$  و  $q_2$  هر دو منفی باشند و  $|q_1| < |q_2|$  مطابق رابطه  $E = \frac{kq}{r^2}$  داریم:  $|E_1| > |E_2|$

که برآیند آن‌ها با شکل داده‌شده در سؤال صدق می‌کند.

گزینه "۲": اگر  $q_1$  منفی و  $q_2$  مثبت باشد میدان ناشی از آن‌ها به صورت شکل زیر است که در نتیجه برآیند آن‌ها با شکل سؤال صدق می‌کند.

گزینه "۳": اگر  $q_1$  و  $q_2$  هر دو مثبت باشند، در صورتی که  $|q_1| < |q_2|$  باشد:

که برآیند آن‌ها با شکل سؤال صدق می‌کند.

بنابراین گزینه "۴" صحیح است؛ یعنی بسته به

شرایط، هر کدام از گزینه‌های دیگر می‌تواند درست باشد.

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار  $q$  برابر است با:

$$\Delta U = -W_{\text{میدان}} = -5 \times 10^{-5} \text{ J}$$

باتوجه به رابطه زیر، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه  $A$  و  $B$  را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow{q = +2 \times 10^{-6} \text{ C}} \Delta V = \frac{-5 \times 10^{-5}}{+2 \times 10^{-6}} = -25 \text{ V}$$

گام اول

الف) ذره باردار به جرم  $0.1 \text{ g} = 10^{-4} \text{ kg}$

ب) از نقطه‌ای به پتانسیل الکتریکی  $+100$  ولت از حال سکون به حرکت درمی‌آید  $V_1 = +100 \text{ V}$  ،  $v_1 = 0 \text{ m/s}$

ج) با سرعت  $10$  متر بر ثانیه به نقطه دیگری به پتانسیل الکتریکی  $-100$  ولت می‌رسد  $V_2 = -100 \text{ V}$  ،  $v_2 = 10 \text{ m/s}$

گام دوم

باتوجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی و اینکه در این حرکت ذره، دو نوع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل الکتریکی داریم، تغییرات انرژی جنبشی در طی این حرکت برابر است با تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی؛ بنابراین:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 10^{-4} \times (10)^2 = 5 \times 10^{-3} \text{ J} \Rightarrow \Delta U = 5 \times 10^{-3} \text{ J}$$

با استفاده از رابطه  $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ ، بار الکتریکی ذره را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow (-100) - (100) = \frac{5 \times 10^{-3}}{q}$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{5 \times 10^{-3}}{200} = 2.5 \times 10^{-5} \text{ C} = 25 \mu\text{C}$$

باتوجه به بردارهای نیرو و اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_2$  صفر است، داریم:  
(دقت شود برای اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_2$  صفر شود، باید بارهای  $q$  و  $Q$  همنام باشند تا مطابق شکل این اتفاق بیفتد)

$$\begin{cases} F_{12} = \frac{kq_1q_2}{r_{12}^2} = \frac{kqQ}{a^2} \\ F_{34} = \frac{kq_3q_4}{r_{34}^2} = \frac{kqQ}{a^2} \end{cases} \Rightarrow F_2 = \sqrt{2} \frac{kqQ}{a^2}$$

$$F_{32} = \frac{kq_3q_2}{r_{32}^2} = \frac{k\frac{1}{4}QQ}{\frac{1}{2}a^2} = \frac{1}{2} \frac{kQ^2}{a^2}$$

$$\text{برآیند نیروهای وارد بر بار } q_2 \text{ صفر است} \Rightarrow F_2 = F_{32} \Rightarrow \sqrt{2} \frac{kqQ}{a^2} = \frac{1}{2} \frac{kQ^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{q} = 4\sqrt{2}$$

برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار  $q_1$  هم‌اندازه برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر  $q_2$  است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} F_{31} = k \frac{q_1q_3}{(\frac{3}{2}d)^2} = k \frac{q_1q_3}{9d^2} \\ F_{21} = k \frac{q_1q_2}{d^2} = k \frac{q_1^2}{d^2} \end{cases} \Rightarrow F_{T1} = |F_{21} - F_{31}| = k \frac{q_1}{d^2} \left| q_1 - \frac{q_3}{9} \right|$$

$$\begin{cases} F_{12} = k \frac{q_1q_2}{d^2} = k \frac{q_1^2}{d^2} \\ F_{32} = k \frac{q_2q_3}{(\frac{1}{2}d)^2} = k \frac{q_1q_3}{4d^2} \end{cases} \Rightarrow F_{T2} = |F_{12} - F_{32}| = k \frac{q_1}{d^2} \left| q_1 - \frac{q_3}{4} \right|$$

$$F_{T1} = F_{T2} \Rightarrow k \frac{q_1}{d} \left| q_1 - \frac{q_3}{9} \right| = k \frac{q_1}{d} \left| q_1 - \frac{q_3}{4} \right| \Rightarrow q_1 - \frac{q_3}{9} = \frac{q_3}{4} - q_1 \Rightarrow 2q_1 = \frac{13}{36}q_3 \Rightarrow \frac{q_3}{q_1} = \frac{72}{13}$$

$$U_1 = \frac{V_0}{V_0} U_2 \Rightarrow U_2 = \Delta U_1$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2 \Rightarrow \Delta = \frac{C_2}{C_1} \left( \frac{V_0}{V_0} \right)^2 \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\Delta}{4}$$

فرض می‌کنیم به اندازه  $x$  از یک بار کم و به بار دیگر اضافه کرده‌ایم:

$$F' = F - \frac{52}{100}F = \frac{48}{100}F$$

$$r' = r + \frac{25}{100}r = \frac{5}{4}r$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{(q-x)(q+x)}{q \cdot q} \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{48}{100} = \frac{q^2 - x^2}{q^2} \times \frac{16}{25}$$

$$12q^2 = 16q^2 - 16x^2 \Rightarrow 16x^2 = 4q^2 \Rightarrow 4x^2 = q^2 \Rightarrow 2x = q \\ \Rightarrow \frac{x}{q} = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

طبق فرمول ظرفیت خازن تخت  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$  باید از دی‌الکتریکی استفاده کنیم که نسبت  $\frac{\kappa}{d}$  آن بیشترین مقدار باشد تا بیشترین ظرفیت خازن حاصل شود:

$$\text{میکا: } \frac{\kappa}{d} = \frac{V}{0.3} = \frac{V_0}{3}$$

$$\text{شیشه: } \frac{\kappa}{d} = \frac{5}{0.2 \times 10} = 2/5$$

$$\text{پارافین: } \frac{\kappa}{d} = \frac{2}{0.1 \times 10} = 2$$

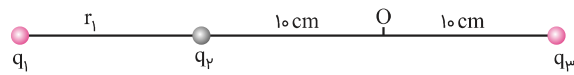
$$\text{پلاستیک: } \frac{\kappa}{d} = \frac{3}{0.2} = 15$$

مشاهده می‌شود که نسبت  $\frac{\kappa}{d}$  برای میکا از مواد دیگر، بزرگ‌تر است، لذا بیشترین ظرفیت خازن با استفاده از میکا حاصل می‌شود.

$$E = k \frac{q}{r^2} \Rightarrow 10^5 = 9 \times 10^9 \frac{q}{q \times 10^{-2}} \Rightarrow q = 1 \mu C$$

$$F = Eq' \Rightarrow 0.02 = 10^5 q' \Rightarrow q' = 0.2 \mu C$$





طبق صورت سؤال در ابتدا که نیروی وارد بر هر یک از بارها صفر است، برای  $q_2$  داریم:

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{r_1^2} = k \frac{q_3 q_2}{r_{30}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_3} = \left( \frac{r_1}{r_{30}} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{r_1}{30 - r_1} \Rightarrow r_1 = 10 \text{ cm}$$

در این حالت برای بار  $q_1$  نیز برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. باتوجه به اینکه بارهای  $q_1$  و  $q_3$  هر دو مثبت هستند و نیروی  $F_{31}$  وارد بر بار  $q_1$  از سوی بار  $q_3$  به سمت چپ است، لذا برای خنثی شدن این نیرو، باید نیروی  $F_{21}$  از طرف بار  $q_2$  به سمت راست بر بار  $q_1$  وارد شود که در این صورت علامت بار  $q_2$  باید منفی باشد.

$$|F_{21}| = |F_{31}| \Rightarrow \frac{|q_2|}{r_1^2} = \frac{q_3}{30^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{10^2} = \frac{\lambda}{30^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{\lambda}{9} \mu\text{C} \Rightarrow q_2 = -\frac{\lambda}{9} \mu\text{C}$$

برآیند نیروهای وارد بر  $q_4$ :

$$F = |F_{24} + F_{34} - F_{14}|$$

$$\Rightarrow F = 90 \frac{\frac{\lambda}{9} \times 1}{10^2} + 90 \frac{\lambda \times 1}{10^2} - 90 \frac{2 \times 1}{20^2} \Rightarrow F = 7/55 \text{ N}$$

$$\text{شعاع کره : } r = 10 \text{ cm} \Rightarrow \text{مساحت خارجی کره : } A = 4\pi r^2 = 4 \times 3 \times (0/1)^2 = 0/12 \text{ m}^2$$

$$\text{چگالی سطحی } \sigma = 160 \mu\text{C/m}^2 = 160 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$$

با استفاده از رابطه چگالی سطحی می‌توانیم مقدار بار موجود در کره رسانا را محاسبه کنیم. با اتصال به زمین، چون پتانسیل الکتریکی زمین برابر صفر است، کل بار الکتریکی موجود در کره به زمین منتقل می‌شود.

$$\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow q = \sigma A = 160 \times 10^{-6} \times 0/12 = 19/2 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{19/2 \times 10^{-6}}{1/6 \times 10^{-19}} = 12 \times 10^{13} = 1/2 \times 10^{14} \text{ تعداد الکترون}$$

## گام اول

الف) از فاصله  $۳۰$  سانتی‌متری، نیروی جاذبه  $۴$  نیوتنی به یکدیگر وارد می‌کنند -  $r = ۳۰\text{cm} = ۳ \times ۱۰^{-1}\text{m}$ ,  $F_F = ۴\text{N}$   
 ب) بار اولیهٔ گلوله‌ها برحسب میکروکولن کدام است؟  $q_1, q_2 = ?\mu\text{C}$

## گام دوم

باتوجه به قاعدهٔ پایستگی بار الکتریکی درمی‌یابیم که مجموع دو بار،  $۶\mu\text{C}$  است:

$$q_1 + q_2 = ۶\mu\text{C}$$

برای درک تقسیم بار بین  $q_1$  و  $q_2$  بعد از تماس دو گلوله شکل زیر را در نظر می‌گیریم؛ باتوجه به اینکه نیروی بین آن‌ها جاذبه است، داریم:

$$q_1 = x + ۶ \quad q_2 = -x \quad \rightarrow \quad q_1 - q_2 = ۶\mu\text{C}$$

$q_1' \quad q_2'$

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow ۴ = \frac{۹ \times ۱۰^9 \times |q_1| \times |q_2|}{۹ \times ۱۰^{-۲}}$$

$$\Rightarrow |q_1| |q_2| = ۴ \times ۱۰^{-۱۱} \text{C}^2 \Rightarrow |q_1| |q_2| = ۴۰ (\mu\text{C})^2$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم. به دنبال دو عددی هستیم که در روابط زیر صدق کنند:

$$\begin{cases} q_1 + q_2 = ۶\mu\text{C} \\ |q_1| |q_2| = ۴۰ (\mu\text{C})^2 \end{cases}$$

گزینهٔ ۱:

$$\begin{cases} -۶ + ۲ = ۶\mu\text{C} \\ |-۶| |۲| = ۱۲ = ۴۰ (\mu\text{C})^2 \end{cases}$$

گزینهٔ ۲:

$$\begin{cases} -۴ + ۱۰ = ۶\mu\text{C} \\ |-۴| |۱۰| = ۴۰ (\mu\text{C})^2 \end{cases} \quad (\text{صحیح})$$

گزینهٔ ۳:

$$\begin{cases} -۳ + ۹ = ۶\mu\text{C} \\ |-۳| |۹| = ۲۷ = ۴۰ (\mu\text{C})^2 \end{cases}$$

گزینهٔ ۴:

$$\begin{cases} -۲ + ۸ = ۶\mu\text{C} \\ |-۲| |۸| = ۱۶ = ۴۰ (\mu\text{C})^2 \end{cases}$$

## گام اول

$$\begin{cases} V' = V \\ d' = nd \end{cases} \leftarrow \text{الف) در حالتی که به باتری وصل است، فاصله بین دو صفحه را } n \text{ برابر کنیم}$$

$$\begin{cases} q'' = q \\ d'' = nd \end{cases} \leftarrow \text{ب) خازن اولیه را از باتری جدا کرده و سپس فاصله بین دو صفحه را } n \text{ برابر کنیم}$$

## گام دوم

در حالت اول خازن به باتری وصل است و ولتاژ دو سر آن ثابت است:

$$\begin{cases} U = \frac{1}{\epsilon} C V^2 \\ C' = \frac{k\epsilon_0 A}{d'} = \frac{k\epsilon_0 A}{nd} \\ C = \frac{k\epsilon_0 A}{d} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{\frac{1}{\epsilon} C' V'^2}{\frac{1}{\epsilon} C V^2} \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{\frac{C}{n}}{C} = \frac{1}{n} \Rightarrow U' = \frac{U}{n}$$

در حالت دوم وقتی خازن از باتری جدا می‌شود، بار خازن ثابت می‌ماند:

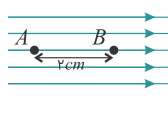
$$\begin{cases} U = \frac{1}{\epsilon} \frac{q^2}{C} \\ q = q'' \\ C'' = \frac{k\epsilon_0 A}{nd} = \frac{C}{n} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{U''}{U} = \frac{\frac{1}{\epsilon} \frac{q^2}{C''}}{\frac{1}{\epsilon} \frac{q^2}{C}} = \frac{C}{C''} = n \Rightarrow U'' = nU$$

حالا می‌توانیم نسبت  $\frac{U''}{U}$  را محاسبه کنیم:

$$\frac{U''}{U} = \frac{nU}{U} = n$$

با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد، بنابراین  $V_A > V_B$ . حال کافی است از رابطه اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت استفاده کنیم.



$$\begin{cases} |\Delta V| = Ed \\ E = 3000 \text{ N/C} \\ d = 2 \text{ cm} = 2 \times 10^{-2} \text{ m} \end{cases} \Rightarrow |\Delta V| = 3000 \times 2 \times 10^{-2} = 60 \text{ V}$$

با توجه به اینکه  $V_A > V_B$  است، داریم:

$$\begin{cases} V_A - V_B > 0 \\ |\Delta V| = 60 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow \Delta V > 0 \Rightarrow \Delta V = +60 \text{ (V)}$$

گام اول

الف) بار الکتریکی  $5 \times 10^{-3} \text{ C}$  به پتانسیل الکتریکی ۲ ولت  $V_A = 2 \text{ V}$  ،  $q = -5 \times 10^{-3} \text{ C}$  ،  
 ب) اگر کار نیروی میدان الکتریکی ۵ میلی ژول باشد  $W = \Delta U = -5 \text{ mJ} = -5 \times 10^{-3} \text{ J}$  ،  
 ج) پتانسیل نقطه B چند ولت است؟  $V_B = ? \text{ V}$

گام دوم

با استفاده از رابطه اختلاف پتانسیل الکتریکی داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta V = \frac{-5 \times 10^{-3}}{-5 \times 10^{-3}} = 1 \text{ V}$$

$$\Delta V = V_B - V_A \Rightarrow 1 = V_B - 2 \Rightarrow V_B = 3 \text{ V}$$

گام اول

الف) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه ۵۰۰ ولت  $\Delta V = 500 \text{ V}$  ،  
 ب) بار الکتریکی  $8/5 \times 10^{-7} \text{ C}$  ،  $q = 8/5 \mu\text{C} = 8 \times 10^{-7} \text{ C}$  ،  
 ج) چند ژول انرژی صرف می شود؟  $\Delta U = ? \text{ J}$

گام دوم

مقدار انرژی ای که برای انتقال بار مصرف می شوند به معنای تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار است؛ بنابراین کافی است از رابطه اختلاف پتانسیل استفاده کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow 500 = \frac{\Delta U}{8 \times 10^{-7}} \Rightarrow \Delta U = 4 \times 10^{-4} \text{ J}$$

گام اول

الف) ذره ای به جرم  $1 \text{ g}$  ،  $m = 10^{-3} \text{ kg}$  ،  
 ب) میدان الکتریکی یکنواخت  $500 \text{ V/m}$  ،  $E = 500 \text{ V/m}$  ،  
 ج) اندازه نیروی وارد بر آن از طرف میدان الکتریکی، برابر با وزن آن می شود.  $mg = \text{ناشی از میدان } F$  ،  
 د) بار  $q$  چند کولن است؟  $q = ? \text{ C}$

گام دوم

با توجه به اینکه اندازه نیروی وارد بر ذره از طرف میدان الکتریکی، برابر با وزن آن است، کافی است این تساوی را نوشته  $(mg = \text{ناشی از میدان } F)$  و بار  $q$  را به دست آوریم:

$$Eq = mg \Rightarrow q = \frac{mg}{E} = \frac{10^{-3} \times 10}{500} = 2 \times 10^{-5} \text{ C}$$

## گام اول

الف) برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_F$  برابر صفر است  $\leftarrow \vec{F}_{1,F} + \vec{F}_{2,F} + \vec{F}_{3,F} = 0$   
 ب) بار  $q_3$  چند میکروکولن است؟  $\leftarrow q_3 = ? \mu C$

## گام دوم

راه حل اول:

طبق شکل برای تعیین جهت نیروی الکتریکی ناشی از بار  $q_3$  وارد بر بار  $q_F$ ، اندازه نیروهای  $F_{1F}$  و  $F_{2F}$  را مقایسه می‌کنیم.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccccc}
 \leftarrow 10 \text{ cm} & \leftarrow 10 \text{ cm} & \leftarrow 20 \text{ cm} & \rightarrow & & & \\
 \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & & \\
 q_1 = 1 \mu C & q_F & q_2 = 2 \mu C & q_3 = ? & & & 
 \end{array}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 |F_{1F}| = \left| k \frac{q_1 q_F}{r_{1F}^2} \right| = \frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-6} \times q_F}{(10^{-1})^2} = 3/6 \times 10^6 \times q_F \text{ (N/C)} \\
 |F_{2F}| = \left| k \frac{q_2 q_F}{r_{2F}^2} \right| = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times q_F}{(10^{-1})^2} = 1/8 \times 10^6 \times q_F \text{ (N/C)}
 \end{array} \right. \Rightarrow |E_1| > |E_2|$$

طبق نتایج به دست آمده، جهت نیروی الکتریکی ناشی از بار  $q_3$  هم جهت با  $F_{2F}$  باید باشد تا بردار  $F_{1F}$  را خنثی کند. بنابراین بار  $q_3$  مثبت است و اندازه آن برابر است با:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 \leftarrow F_2 & & \\
 \leftarrow F_3 & \bullet & \rightarrow F_1
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 F_{3F} + F_{2F} = F_{1F} \Rightarrow F_{3F} + 1/8 \times 10^6 \times q_F = 3/6 \times 10^6 \times q_F \\
 \Rightarrow F_{3F} = 1/8 \times 10^6 \times q_F
 \end{array}$$

در نتیجه بار  $q_3$  برابر است با:

$$|F_{3F}| = \left| k \frac{q_3 q_F}{r_{3F}^2} \right| \Rightarrow 1/8 \times 10^6 \times q_F = \frac{9 \times 10^9 \times q_3 \times q_F}{(3 \times 10^{-1})^2}$$

$$\Rightarrow q_3 = 1/8 \times 10^{-6} = 12.5 \mu C$$

راه حل دوم:

می‌توان از طریق مقایسه میدان‌ها نیز به پاسخ رسید:

کافی است طبق شکل برای تعیین جهت بردار ناشی از میدان الکتریکی بار  $q_3$ ، اندازه میدان‌های  $E_1$  و  $E_2$  را محاسبه و مقایسه می‌کنیم.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccccc}
 \leftarrow 10 \text{ cm} & \leftarrow 10 \text{ cm} & \leftarrow 20 \text{ cm} & \rightarrow & & & \\
 \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & & \\
 q_1 = 1 \mu C & q_F & q_2 = 2 \mu C & q_3 = ? & & & 
 \end{array}
 \end{array}
 |E| = \left| k \frac{q}{r^2} \right| \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l}
 |E_1| = \left| k \frac{q_1}{r_1^2} \right| = \frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 3/6 \times 10^6 \text{ N/C} \\
 |E_2| = \left| k \frac{q_2}{r_2^2} \right| = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 1/8 \times 10^6 \text{ N/C}
 \end{array} \right. \Rightarrow |E_1| > |E_2|$$

طبق نتایج به دست آمده، جهت میدان ناشی از بار  $q_3$  هم جهت با  $E_2$  باید باشد تا بردار  $E_1$  را خنثی کند. بنابراین بار  $q_3$  مثبت است و اندازه آن برابر است با:

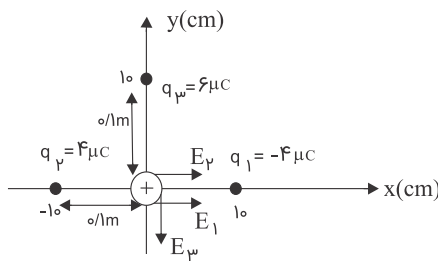
$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 \leftarrow E_2 & & \\
 \leftarrow E_3 & \bullet & \rightarrow E_1
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 E_3 + E_2 = E_1 \Rightarrow E_3 + 1/8 \times 10^6 = 3/6 \times 10^6 \Rightarrow E_3 = 1/8 \times 10^6
 \end{array}$$

در نتیجه بار  $q_3$  برابر است با:

$$|E_3| = \left| k \frac{q_3}{r_3^2} \right| \Rightarrow 1/8 \times 10^6 = \frac{9 \times 10^9 \times q_3}{(3 \times 10^{-1})^2}$$

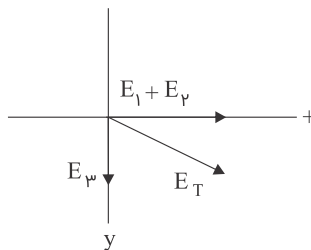
$$\Rightarrow q_3 = 1/8 \times 10^{-6} = 12.5 \mu C$$

ابتدا باتوجه به علامت بارها میدان الکتریکی ناشی از هر بار را به طور جداگانه در مبدأ رسم می‌کنیم و سپس اندازه هر بردار را از رابطه  $E = k \frac{q}{r^2}$  محاسبه می‌کنیم.



$$\begin{cases} E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 3/6 \times 10^6 \text{ N/C} \\ E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 3/6 \times 10^6 \text{ N/C} \\ E_3 = k \frac{q_3}{r_3^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6}}{(10^{-1})^2} = 5/4 \times 10^6 \text{ N/C} \end{cases}$$

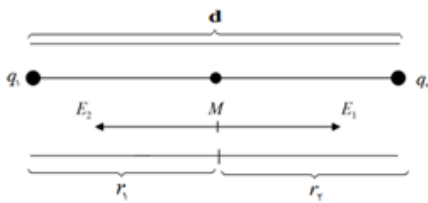
باتوجه به اینکه بارهای  $q_2$  و  $q_3$  مثبت هستند بردار میدان آن‌ها از نوع دافعه خواهد بود، اما بردار میدان  $q_1$  به علت منفی بودن بار  $q_1$  از نوع جاذبه خواهد بود، بنابراین طبق شکل برآیند میدان‌ها را محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{cases} \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \\ \vec{E}_1 = \vec{E}_2 = 3/6 \times 10^6 \vec{i} \\ \vec{E}_3 = -5/4 \times 10^6 \vec{j} \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 7/2 \times 10^6 \vec{i} - 5/4 \times 10^6 \vec{j} = (7/2 \vec{i} - 5/4 \vec{j}) \times 10^6$$

الف) دو بار نقطه‌ای و مثبت  $q$  و  $9q$  به فاصله  $d$  از یکدیگر قرار دارند  $d = r_1 + r_2 \leftarrow q_1 = q, q_2 = 9q$   
 ب) در چه فاصله‌ای از بار  $q$  میدان الکتریکی حاصل از این دو بار صفر است؟  $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0 \Rightarrow |\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$   $r_1 = ? \text{ cm}$

برای درک بهتر سؤال، ابتدا میدان ناشی از دو بار را بر روی شکل رسم می‌کنیم. با توجه به اینکه هر دو بار مثبت هستند، در نقطه‌ای مانند  $M$ ، برآیند میدان‌های آن‌ها برابر با صفر خواهد شد. بنابراین کافی است تساوی  $E_1 = E_2$  را تشکیل دهیم.



$$\begin{cases} E = k \frac{q}{r^2} \\ |\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| \end{cases} \Rightarrow k \frac{q_1}{r_1^2} = k \frac{q_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow r_2 = 3r_1$$

$$r_1 + r_2 = d \Rightarrow r_1 + 3r_1 = d \Rightarrow r_1 = \frac{d}{4}$$

## گام اول

الف) دو بار الکتریکی نقطه‌ای برابر  $q_1 = q_2 = q \leftarrow$

ب) اگر ۲۵ درصد از بار الکتریکی یکی را کم کرده و همان مقدار بر بار الکتریکی دیگری اضافه کنیم  $\leftarrow q_1 = \frac{75}{100}q$  ,  $q_2 = \frac{125}{100}q$

ج) نیرویی که به هم وارد می‌کنند، چند  $F$  می‌شود؟  $\leftarrow F' = ?F$

## گام دوم

ابتدا مقدار  $F$  را در حالت اولیه با استفاده از قانون کولن به دست می‌آوریم:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{q^2}{r^2}$$

قانون کولن را در حالت دوم می‌نویسیم:

$$F' = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F' = k \frac{\frac{75}{100}q \times \frac{125}{100}q}{r^2} = \frac{15}{16} k \frac{q^2}{r^2} \Rightarrow F' = \frac{15}{16} F$$

## گام اول

الف) نیروی بین دو بار الکتریکی  $q_1$  و  $q_2$  که به فاصله  $r$  از یکدیگر قرار دارند  $F$  است.  $\leftarrow F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$

ب) اگر اندازه یکی از بارها و همچنین فاصله بین دو بار نیز نصف شود.  $\leftarrow q'_1 = \frac{q_1}{2}$  ,  $r' = \frac{r}{2}$

ج) نیروی بین آن‌ها چندبرابر می‌شود؟  $\leftarrow \frac{F'}{F} = ?$

## گام دوم

کافی است قانون کولن را برای حالت دوم بنویسیم:

$$F' = k \frac{q'_1 q_2}{r'^2} \Rightarrow F' = k \frac{\frac{q_1}{2} q_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Rightarrow F' = 2 k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F' = 2F$$

الف) بار الکتریکی ۸ میکروکولنی  $q_1 = 8\mu C$  ←

ب) بر بار ۲ میکروکولنی نیروی  $F$  وارد می‌کند.  $q_2 = 2\mu C$  ←

ج) در چه فاصله‌ای بار ۲ میکروکولنی بر بار ۸ میکروکولنی نیروی  $2F$  وارد می‌کند؟ ←  $r' = ?$ ,  $F' = 2F$

نیرویی که دو بار به هم وارد می‌کنند باهم برابر هستند و تنها جهت آن باهم متفاوت است. بنابراین کافی است فاصله‌ای که در آن بارها نیروی  $2F$  بر هم وارد می‌کنند را به دست بیاوریم:

$$q_1 = 8\mu C \quad r \quad q_2 = 2\mu C \quad F$$

$$q_1 = 8\mu C \quad r' \quad q_2 = 2\mu C \quad 2F$$

$$\begin{cases} F' = k \frac{q_1 q_2}{r'^2} \\ F = 2k \frac{q_1 q_2}{r^2} \end{cases} \xrightarrow{F'=2F} k \frac{q_1 q_2}{r'^2} = 2k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow r'^2 = \frac{r^2}{2} \Rightarrow r' = \frac{\sqrt{2}}{2} r$$

جاذبه تنها بین بارهای ناهم نام و همچنین بین جسم باردار و جسم خنثی اتفاق می‌افتد. بنابراین جسم  $A$  و  $B$  یا ناهم نامند و یا یکی از آن‌ها خنثی و دیگری باردار است. از طرفی چون دافعه تنها بین بارهای هم نام اتفاق می‌افتد بنابراین  $B$  و  $C$  هر دو باردارند و هم نام می‌باشند. پس  $A$  می‌تواند بدون بار و یا باردار و ناهم نام با  $B$  و  $C$  است.

در حالت اول هنگامی که گلوله را نزدیک می‌کنیم پدیدهٔ القا صورت می‌گیرد و یکدیگر را جذب می‌کنند. اما وقتی باهم تماس پیدا می‌کنند بار مثبت گلوله بین گلوله و کره توزیع می‌شود و بار هر دو مثبت می‌شود و یکدیگر را دفع می‌کنند.

با حرکت در خلاف جهت میدان پتانسیل افزایش می‌یابد. بنابراین پتانسیل  $B$  از  $A$  بیشتر است.

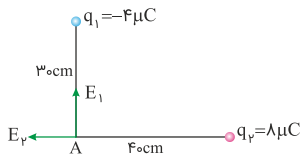
$$|\Delta V| = \frac{|\Delta U|}{|q|} \Rightarrow |\Delta V| = \frac{5 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-6}} = 100$$

$$V_B - V_A = +100 \Rightarrow V_B - 120 = 100 \Rightarrow V_B = 220 V$$



روش تستی: با رسم میدان‌های الکتریکی در نقطه A متوجه می‌شویم که مؤلفه قائم میدان برآیند مثبت است. بنابراین گزینه‌های ۱ و ۳ حذف می‌شوند و با محاسبه همین مؤلفه می‌توانیم به گزینه ۴ برسیم.

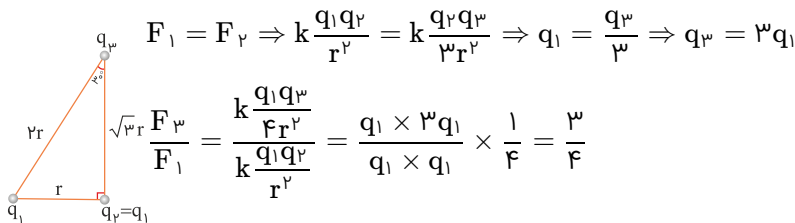
روش عادی:



$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \frac{F \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-2}} = F \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \frac{\Lambda \times 10^{-6}}{16 \times 10^{-2}} = F/5 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = -F/5 \times 10^5 \vec{i} + F \times 10^5 \vec{j}$$



$$F_1 = F_2 \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{q_1 q_3}{3r^2} \Rightarrow q_1 = \frac{q_3}{3} \Rightarrow q_3 = 3q_1$$

$$\frac{\sqrt{3}r}{F_1} = \frac{k \frac{q_1 q_3}{3r^2}}{k \frac{q_1 q_2}{r^2}} = \frac{q_1 \times 3q_1}{q_1 \times q_1} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$$

کره رسانا است چون بار الکتریکی القایی روی سطح خارجی آن توزیع شده به طوری که میدان حاصل از این توزیع بار، میدان خارجی در داخل رسانا را خنثی می‌کند و میدان الکتریکی داخل آن صفر شود و بنابراین تغییرات پتانسیل الکتریکی در داخل رسانا نیز صفر است پس پتانسیل الکتریکی داخل کره رسانا ثابت است.

ابتدا ظرفیت خازن را در حالت اول محاسبه می‌کنیم:

$$C_1 = k\epsilon_0 \frac{A}{d} = 1 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{F_0 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-3}} = 7/2 \times 10^{-12} \text{ F} = 7/2 \text{ pF}$$

اگر فاصله بین صفحات ۴ mm کاهش یابد فاصله ۱ mm می‌شود. بنابراین:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{7/2} = \frac{5}{1} \Rightarrow C_2 = 36 \text{ pF}$$

$$\Delta C = C_2 - C_1 = 36 - 7/2 = 28/2 \text{ pF}$$

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow[\text{فاصله بین دو بار ثابت است}]{k=\text{عدد ثابت}} F \propto |q_1| |q_2| \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول: } F \propto 50 \times 80 \\ \text{حالت دوم: } F' \propto 60 \times 30 \end{cases}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{60 \times 30}{80 \times 50} = \frac{18}{80} = \frac{9}{40} \Rightarrow \frac{\Delta F}{F} \times 100 = \frac{\frac{9}{40} - 1}{1} \times 100 = \frac{-11}{40} \times 100 = -55\%$$

$$\frac{E'}{E} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{E'}{2/25 \times 10^6} = \left(\frac{1/1}{1/9}\right)^2 \Rightarrow E' = \frac{16}{9} \times 10^6 \text{ N/C}$$

$$F = E'q' = \frac{16}{9} \times 10^6 \times 9 \times 10^{-9} = 1/6 \text{ N}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^2 = 250 \mu\text{J}$$

$$|\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}| = |\vec{F}_{13}|$$

$$\begin{cases} \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = +\vec{F}_{13} \Rightarrow \vec{F}_{23} = 0 \Rightarrow q_2 = 0 \Rightarrow \text{در گزینه ها نداریم} \\ \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = -\vec{F}_{13} \Rightarrow -2\vec{F}_{13} = \vec{F}_{23} \Rightarrow |2\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}| \end{cases}$$

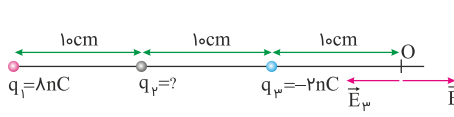
$$\Rightarrow 2 \times k \frac{|q_1 \mu C| |q_3|}{r_{13}^2} = k \frac{|q_2| |q_3|}{L^2} \Rightarrow |q_2| = 2 \mu C$$

با توجه به اینکه نیروی  $\vec{F}_{13}$  و  $\vec{F}_{23}$  خلاف جهت یکدیگرند،  $q_2$  علامتش قرینه  $q_1$  و منفی است:

$$q_2 = -2 \mu C$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{10/1 \text{ N} \vec{i} - 14/4 \text{ N} \vec{j}}{2 \times 10^{-6}} = 5/2 \times 10^6 \text{ N/C} \vec{i} - 7/2 \times 10^6 \text{ N/C} \vec{j}$$

$$|\vec{E}| = \sqrt{(5/2 \times 10^6)^2 + (7/2 \times 10^6)^2} = \sqrt{11 \times 10^{12}} = 9 \times 10^6 \text{ N/C}$$

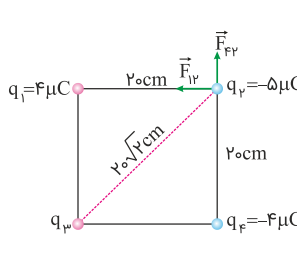


$$E = k \frac{|q|}{r^2}$$

$$|\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3| = 100 \Rightarrow \left| 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-9}}{9 \times 10^{-2}} \vec{i} + \vec{E}_2 + (-9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-9}}{10^{-2}} \vec{i}) \right| = 100$$

$$\Rightarrow |100 \vec{i} + \vec{E}_2 - 100 \vec{i}| = 100 \Rightarrow \begin{cases} \vec{E}_2 = +900 \vec{i} \\ E_2 = +100 \vec{i} \end{cases}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} 900 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_2|}{9 \times 10^{-2}} \Rightarrow q_2 = +9 \text{ nC} \\ 100 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_2|}{9 \times 10^{-2}} \Rightarrow q_2 = \frac{1}{9} \text{ nC} \end{cases}$$



$$\begin{aligned}\vec{F}_{12} + \vec{F}_{14} + \vec{F}_{32} &= \vec{F}_{\text{net}} \\ \Rightarrow -(9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-12}}{4 \times 10^{-2}} \vec{i}) + (9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-12}}{4 \times 10^{-2}} \vec{j}) + \vec{F}_{32} &= -9\vec{i} \\ \Rightarrow -4/\omega \vec{i} + 4/\omega \vec{j} + \vec{F}_{32} &= -9\vec{i} \\ \Rightarrow \vec{F}_{32} &= -4/\omega \vec{i} - 4/\omega \vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_{32}| = 4/\omega \sqrt{2}\end{aligned}$$

با توجه به جهت نیروی  $\vec{F}_{32}$ ، بار  $q_3$  بار  $q_2$  را جذب کرده است و علامت بار  $q_3$  مثبت است.

$$k \frac{|q_3| |q_2|}{r_{32}^2} = 4/\omega \sqrt{2} \Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{|q_3| \times 5 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-2}} = 4/\omega \sqrt{2} \Rightarrow q_3 = +8\sqrt{2} \mu\text{C}$$

ظرفیت خازن در هر دو ولتاژ ثابت است بنابراین:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{1}{2} C_2 V_2^2}{\frac{1}{2} C_1 V_1^2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = \left(\frac{15}{20}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|}{q_1} \times \frac{|q'_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = 3 \times 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1$$

گام اول

الف) در میدان الکتریکی یکنواخت  $E = 10^5 \text{ N/C} \leftarrow 10^5 \text{ N/C}$

ب) ذره‌ای با بار الکتریکی  $q = -5 \mu\text{C} = -5 \times 10^{-6} \text{ C} \leftarrow q = -5 \mu\text{C}$

ج) ذره در نقطه B بدون سرعت اولیه رها می‌شود  $\leftarrow v_B = 0 \Rightarrow K = 0$

د) وقتی این ذره در مسیر مستقیم، ۲۰ سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود  $\leftarrow d = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$

ه) انرژی جنبشی آن چند ژول می‌شود؟  $\leftarrow K_A = ? \text{ J}$

گام دوم

کار نیروی الکتریکی وارد بر یک ذره باردار در میدان الکتریکی یکنواخت  $E$  در یک جابه‌جایی مشخص برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی در همان جابه‌جایی است:

$$\begin{cases} W_E = -\Delta U_E \\ \Delta U_E = -|q|Ed \end{cases} \Rightarrow W_E = |q|Ed \quad (*)$$

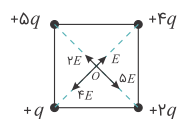
از طرفی طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_E = \Delta K \xrightarrow{(*)} \Delta K = |q|Ed \Rightarrow K_2 - K_1 = |q|Ed$$

$$\Rightarrow K_A - 0 = |-5 \times 10^{-6}| \times 10^5 \times 0.2 \Rightarrow K_A = 0.1 \text{ J}$$

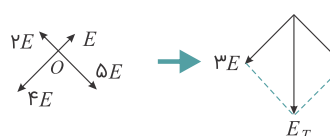
هرجا تراکم خطوط میدان الکتریکی بیشتر باشد شدت میدان الکتریکی در آن جا بیشتر است بنابراین:  $E_B < E_A$   
 هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد:  $V_A < V_B$

با توجه به رابطه  $E = k \frac{q}{r^2}$  و یکسان بودن فاصله بارها ( $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r$ ) تا مرکز مربع خواهیم داشت:



$$\left\{ \begin{array}{l} E = kq/r^2 \\ E_{\Gamma} = \frac{k(\Gamma q)}{r^2} = \Gamma E \\ E_{\Gamma} = \frac{k(\Gamma q)}{r^2} = \Gamma E \\ E_{\Delta} = \frac{k(\Delta q)}{r^2} = \Delta E \end{array} \right.$$

بنابراین اگر برآیند آن‌ها را در نقطه O رسم کنیم، خواهیم داشت:



$$E_T = \sqrt{(\Gamma E)^2 + (\Delta E)^2} = \sqrt{18E^2} = 3\sqrt{2}E$$

## گام اول

الف) دو صفحه موازی به فاصله ۲cm از هم قرار دارند  $\leftarrow d = 2\text{cm} = 0.02\text{m}$

ب) اختلاف پتانسیل الکتریکی ۵۰۰ ولت ایجاد کرده‌ایم  $\leftarrow \Delta V = 500\text{V}$

ج) اگر یک ذره آلفا بین این دو صفحه قرار گیرد  $\leftarrow n = 2$

د) نیروی الکتریکی وارد بر آن چند نیوتن خواهد شد؟  $\leftarrow F = ?$

## گام دوم

ابتدا با استفاده از رابطه  $q = ne$ ، مقدار بار الکتریکی ذره آلفا را حساب کرده و سپس به کمک روابط  $E = \frac{\Delta V}{d}$  و  $F = Eq$  خواهیم داشت:

$$q = ne \Rightarrow q = 2 \times 1.6 \times 10^{-19} = 3.2 \times 10^{-19}\text{C}$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow E = \frac{500}{0.02} = 25000\text{N/m}$$

$$F = Eq \Rightarrow F = 25000 \times 3.2 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-15}\text{N}$$

جهت میدان الکتریکی از صفحه مثبت به سمت منفی است. الکترون (به دلیل اینکه دارای بار منفی است) در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند و از نقاط با پتانسیل کمتر به نقاط با پتانسیل بیشتر حرکت می‌کند و با این حرکت، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد.

$$\Delta U = q\Delta V \xrightarrow{q < 0, \Delta V > 0} \Delta U < 0$$

## گام اول

الف) میدان الکتریکی در فاصله  $r$  از یک بار نقطه ای  $E = ۲۵۰ \text{ N/C} \leftarrow ۲۵۰ \text{ N/C}$   
 ب) اگر فاصله را  $۱۰ \text{ cm}$  بیشتر کنیم میدان الکتریکی  $E' = ۱۶۰ \text{ N/C}$  می شود  $\leftarrow E' = ۱۶۰ \text{ N/C}$ ,  $r' = r + ۱۰$   
 ج)  $r = ? \text{ cm}$  چند سانتی متر است؟  $\leftarrow r = ? \text{ cm}$

## گام دوم

به کمک  $E = \frac{kq}{r^2}$  و نسبت  $\frac{E}{E'}$ ، مقدار  $r$  را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} E = \frac{kq}{r^2} \\ E' = \frac{kq}{r'^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{E}{E'} = \frac{\frac{kq}{r^2}}{\frac{kq}{r'^2}} = \frac{r'^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{۲۵۰}{۱۶۰} = \left( \frac{r + ۱۰}{r} \right)^2 = \frac{۲۵}{۱۶} \Rightarrow \frac{r + ۱۰}{r} = \frac{۵}{۴} \Rightarrow ۴r + ۴۰ = ۵r \Rightarrow r = ۴۰ \text{ cm}$$

## گام اول

الف) چند الکترون باید از یک سکه خنثی خارج شود  $\leftarrow n = ?$   
 ب) تا بار الکتریکی آن  $+۱ \mu\text{C}$  شود  $\leftarrow q = ۱ \mu\text{C}$

## گام دوم

با استفاده از رابطه  $q = ne$  داریم:

$$q = ne \Rightarrow ۱ \times ۱۰^{-۶} = n \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n = ۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۳} \text{ الکترون}$$

چگالی سطحی، بار یکای سطح جسم رسانا است.

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{q}{۴\pi R^2}$$

از طرفی قطر کره برابر یک متر است؛ پس شعاع آن  $۰/۵$  متر می باشد.

$$۵ \left( \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2} \right) = \frac{q}{۴ \times \pi \times ۰/۵^2 (\text{m}^2)} \Rightarrow ۵ = \frac{q}{\pi} \Rightarrow q = ۵\pi \mu\text{C}$$

## گام اول

الف) چند درصد از بار کره بزرگتر به کره کوچکتر منتقل شود؟  $\left| \frac{q'_B - q_B}{q_B} \right| \times 100 = ?$

ب) تا نسبت بار کره‌ها برابر نسبت شعاع آن‌ها شود  $\frac{q'_B}{q'_A} = \frac{r_B}{r_A}$

## گام دوم

ابتدا بررسی می‌کنیم که قبل از انتقال بار، نسبت بار کره‌ها به چه صورت است:

$$\begin{cases} q = \sigma \cdot 4\pi r^2 \\ \sigma_B = \gamma \sigma_A \\ r_B = \gamma r_A \end{cases} \Rightarrow \frac{q_B}{q_A} = \frac{\sigma_B \cdot 4\pi r_B^2}{\sigma_A \cdot 4\pi r_A^2} = \frac{\gamma \sigma_A \times 4\pi \times \gamma^2 r_A^2}{\sigma_A \times 4\pi \times r_A^2} \frac{q_B}{q_A} = \gamma \Rightarrow q_A = \frac{q_B}{\gamma}$$

حال می‌خواهیم نسبت بار کره‌ها برابر نسبت شعاع کره‌ها شود. بنابراین:

$$\begin{cases} \frac{q'_B}{q'_A} = \frac{r_B}{r_A} \\ r_B = \gamma r_A \end{cases} \Rightarrow \frac{q'_B}{q'_A} = \gamma \Rightarrow q'_A = \frac{q'_B}{\gamma}$$

طبق قانون پایستگی بار الکتریکی داریم:

$$\begin{cases} q_A + q_B = q'_A + q'_B \\ q'_A = \frac{q'_B}{\gamma} \\ q_A = \frac{q_B}{\gamma} \end{cases} \Rightarrow \frac{q_B}{\gamma} + q_B = \frac{q'_B}{\gamma} + q'_B \Rightarrow \frac{q'_B}{q_B} = \frac{3}{4}$$

حالا می‌توانیم درصد انتقال بار را محاسبه کنیم:

$$\left| \frac{q'_B - q_B}{q_B} \right| \times 100 = \left| \frac{q'_B}{q_B} - 1 \right| \times 100 = \left| \frac{3}{4} - 1 \right| \times 100 = 25\%$$